

Elementy statystyki matematycznej

Hanna Wojewódka-Ściążko
redaktor pomocniczy: Łukasz Paweł

Instytut Informatyki Teoretycznej i Stosowanej Polskiej Akademii Nauk



Plan wykładu

Pierwsza godzina wykładu:

- ▶ Teoretyczne podstawy wnioskowania statystycznego.
- ▶ Statystyka z próby (jako zmienna losowa).
- ▶ **Weryfikacja hipotez statystycznych.**
- ▶ Parametryczne **testy istotności.**

Druga godzina wykładu:

- ▶ p -wartość. Test t .
- ▶ Testy różnicy średnich dla obserwacji powiązanych w pary. **Sparowany test t .**
- ▶ **Test Wilcoxona dla par obserwacji.**
- ▶ Testy zgodności. Testy normalności rozkładu. **Test Shapiro-Wilka.**





Źródło: <https://www.pexels.com/> (cottonbro studio)



Statystyka opisowa a statystyka matematyczna



Statystyka opisowa

Dane z próbki zebrane w uporządkowanym rosnąco szeregu szczegółowym:

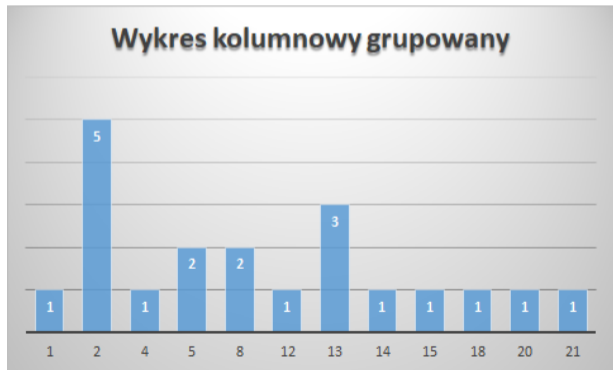
1	2	2	2	2	2	4	5	5	8	8	12	13	13	13	14	15	18	20	21
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Statystyka opisowa

Dane z próbki zebrane w uporządkowanym rosnąco szeregu szczegółowym:

1	2	2	2	2	2	4	5	5	8	8	12	13	13	13	14	15	18	20	21
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----



Statystyka opisowa (klasyczne miary położenia i zmienności)

► średnia arytmetyczna

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = 9$$

► wariancja i odchylenie standardowe z próbki

$$s^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_n^2 - n\bar{x}^2}{n - 1} = 43,79, \quad s = \sqrt{s^2} = 6,62$$



Statystyka opisowa (klasyczne miary położenia i zmienności)

► średnia arytmetyczna

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = 9$$

► wariancja i odchylenie standardowe z próbki

$$s^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_n^2 - n\bar{x}^2}{n - 1} = 43,79, \quad s = \sqrt{s^2} = 6,62$$

► typowy przedział zmienności

$$(\bar{x} - s, \bar{x} + s) = (2,38, 15,62)$$



Statystyka opisowa (pozycyjne miary położenia)

1	2	2	2	2	2	4	5	5	8	8	12	13	13	13	14	15	18	20	21
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----



- ▶ **dominanta** (moda) – określamy ją jedynie dla rozkładów jednomodalnych o umiarkowanej asymetrii
- ▶ **mediana** (kwantyl drugi) $Me = 8$



Statystyka matematyczna

Statystyka matematyczna

- ▶ Określa metody **wyboru prób losowych** oraz reguły wnioskowania o całej zbiorowości na podstawie obserwacji próby.



Statystyka matematyczna

Statystyka matematyczna

- ▶ Określa metody **wyboru prób losowych** oraz reguły wnioskowania o całej zbiorowości na podstawie obserwacji próby.
- ▶ Umożliwia podejmowanie decyzji diagnostycznych w warunkach niepewności.



Statystyka matematyczna

Statystyka matematyczna

- ▶ Określa metody **wyboru prób losowych** oraz reguły **wnioskowania o całej zbiorowości na podstawie obserwacji próby**.
- ▶ Umożliwia podejmowanie decyzji diagnostycznych w warunkach niepewności.
- ▶ Jest oparta na **rachunku prawdopodobieństwa**.



Statystyka matematyczna

Statystyka matematyczna

- ▶ Określa metody **wyboru prób losowych** oraz reguły **wnioskowania o całej zbiorowości na podstawie obserwacji próby**.
- ▶ Umożliwia podejmowanie decyzji diagnostycznych w warunkach niepewności.
- ▶ Jest oparta na **rachunku prawdopodobieństwa**.

Wnioskowanie statystyczne

- ▶ Są to zasady i metody pozwalające **uogólnić** wyniki otrzymane z próby losowej na całą populację, z której ta próba pochodzi.

Teoretyczne podstawy wnioskowania statystycznego



Wnioskowanie statystyczne



Statystyczna próba losowa. Próba reprezentatywna

Czy wnioskowanie statystyczne jest zawsze możliwe?



Statystyczna próba losowa. Próba reprezentatywna

Czy wnioskowanie statystyczne jest zawsze możliwe? NIE.



Statystyczna próba losowa. Próba reprezentatywna

Czy wnioskowanie statystyczne jest zawsze możliwe? NIE.

Do wnioskowania możemy przystąpić tylko wtedy, gdy próba jest reprezentatywna,



Statystyczna próba losowa. Próba reprezentatywna

Czy wnioskowanie statystyczne jest zawsze możliwe? NIE.

Do wnioskowania możemy przystąpić tylko wtedy, gdy próba jest **reprezentatywna**, czyli

- ▶ losowa
- ▶ i dostatecznie liczna.



❖ Statystyczna próba losowa. Próba reprezentatywna

Czy wnioskowanie statystyczne jest zawsze możliwe? NIE.

Do wnioskowania możemy przystąpić tylko wtedy, gdy próba jest **reprezentatywna**, czyli

- ▶ losowa
- ▶ i dostatecznie liczna.

Twierdzenie Gliwienki (intuicyjnie)

GDY próba jest **dostatecznie liczna**,

TO z **prawdopodobieństwem bliskim 1** można uważać, że **rozkład empiryczny** (rozkład cechy w próbie) **mało różni się od rozkładu teoretycznego** (rozkładu cechy w populacji generalnej).

Statystyczna próba losowa



Źródło: <https://www.pexels.com/> (Vladimir Blyufer)

Statystyczna próba losowa. Próba prosta



- ▶ zmienna losowa X – opisuje badaną cechę zbiorowości statystycznej

Źródło: <https://www.pexels.com/> (Vladimir Blyufer)



Statystyczna próba losowa. Próba prosta



- ▶ zmienna losowa X – opisuje badaną cechę zbiorowości statystycznej
- ▶ ciąg n niezależnych zmiennych losowych X_1, \dots, X_n – opisuje n -elementową próbę statystyczną

Źródło: <https://www.pexels.com/> (Vladimir Blyufer)



Statystyczna próba losowa. Próba prosta



- ▶ zmienna losowa X – opisuje badaną cechę zbiorowości statystycznej
- ▶ ciąg n niezależnych zmiennych losowych X_1, \dots, X_n – opisuje n -elementową próbę statystyczną

Uwaga: Jeśli wszystkie X_1, \dots, X_n mają identyczny rozkład prawdopodobieństwa, który jest tożsamy z rozkładem zmiennej losowej X , to próba nazywana jest **prostą**.



Źródło: <https://www.pexels.com/> (Vladimir Blyufer)