

p-wartość



Przykład

Przykład

W próbie 1000 osób w Maharasztrze w Indiach 540 osób je głównie ryż, a pozostałe wybierają pszenicę. Czy możemy przyjąć, że ryż i pszenica są równie popularne w tym stanie?

Przykład

Przykład

W próbie 1000 osób w Maharasztrze w Indiach 540 osób je głównie ryż, a pozostałe wybierają pszenicę. Czy możemy przyjąć, że ryż i pszenica są równie popularne w tym stanie?

► $n = 1000$ $p = \frac{X}{n} = 0,54$ $H_0: P = 0,5$, $H_1: P \neq 0,5$

Przykład

Przykład

W próbie 1000 osób w Maharasztrze w Indiach 540 osób je głównie ryż, a pozostałe wybierają pszenicę. Czy możemy przyjąć, że ryż i pszenica są równie popularne w tym stanie?

▶ $n = 1000$ $p = \frac{X}{n} = 0,54$ $H_0: P = 0,5$, $H_1: P \neq 0,5$

▶ $Z = 2,53$

Przykład

Przykład

W próbie 1000 osób w Maharasztrze w Indiach 540 osób je głównie ryż, a pozostałe wybierają pszenicę. Czy możemy przyjąć, że ryż i pszenica są równie popularne w tym stanie?

- ▶ $n = 1000$ $p = \frac{X}{n} = 0,54$ $H_0: P = 0,5$, $H_1: P \neq 0,5$
- ▶ $Z = 2,53$
- ▶ z_α przy poziomie istotności $\alpha = 1\%$ dla testu dwustronnego wynosi 2,58

Przykład

Przykład

W próbie 1000 osób w Maharasztrze w Indiach 540 osób je głównie ryż, a pozostałe wybierają pszenicę. Czy możemy przyjąć, że ryż i pszenica są równie popularne w tym stanie?

- ▶ $n = 1000$ $p = \frac{X}{n} = 0,54$ $H_0: P = 0,5$, $H_1: P \neq 0,5$
- ▶ $Z = 2,53$
- ▶ z_α przy poziomie istotności $\alpha = 1\%$ dla testu dwustronnego wynosi 2,58
 $Z = 2,53 < 2,58$ (brak podstaw do odrzucenia H_0)

Przykład

Przykład

W próbie 1000 osób w Maharasztrze w Indiach 540 osób je głównie ryż, a pozostałe wybierają pszenicę. Czy możemy przyjąć, że ryż i pszenica są równie popularne w tym stanie?

- ▶ $n = 1000$ $p = \frac{X}{n} = 0,54$ $H_0: P = 0,5$, $H_1: P \neq 0,5$
- ▶ $Z = 2,53$
- ▶ z_α przy poziomie istotności $\alpha = 1\%$ dla testu dwustronnego wynosi 2,58
 $Z = 2,53 < 2,58$ (brak podstaw do odrzucenia H_0)
- ▶ z_α przy poziomie istotności $\alpha = 5\%$ dla testu dwustronnego wynosi 1,96

Przykład

Przykład

W próbie 1000 osób w Maharasztrze w Indiach 540 osób je głównie ryż, a pozostałe wybierają pszenicę. Czy możemy przyjąć, że ryż i pszenica są równie popularne w tym stanie?

- ▶ $n = 1000$ $p = \frac{X}{n} = 0,54$ $H_0: P = 0,5$, $H_1: P \neq 0,5$
- ▶ $Z = 2,53$
- ▶ z_α przy poziomie istotności $\alpha = 1\%$ dla testu dwustronnego wynosi 2,58
 $Z = 2,53 < 2,58$ (brak podstaw do odrzucenia H_0)
- ▶ z_α przy poziomie istotności $\alpha = 5\%$ dla testu dwustronnego wynosi 1,96
 $Z = 2,53 > 1,96$ (odrzucaamy H_0)

❖ p-wartość

Uwaga

Dla $\alpha = 1,14\%$ **otrzymana wartość statystyki testowej $Z = 2,53$ jest równa dokładnie wartości krytycznej testu $z_{1,14\%} = 2,53$** , czyli leży na brzegu zbioru krytycznego.



❖ p-wartość

Uwaga

Dla $\alpha = 1,14\%$ **otrzymana wartość statystyki testowej $Z = 2,53$ jest równa dokładnie wartości krytycznej testu $z_{1,14\%} = 2,53$** , czyli leży na brzegu zbioru krytycznego.

Zatem hipotezę zerową odrzucamy na poziomie istotności $1,14\%$, ale nie odrzucamy jej na żadnym mniejszym poziomie!



❖ p-wartość

Uwaga

Dla $\alpha = 1,14\%$ **otrzymana wartość statystyki testowej $Z = 2,53$ jest równa dokładnie wartości krytycznej testu $z_{1,14\%} = 2,53$** , czyli leży na brzegu zbioru krytycznego.

Zatem hipotezę zerową odrzucamy na poziomie istotności 1,14%, ale nie odrzucamy jej na żadnym mniejszym poziomie!

Definicja

Najmniejszy poziom istotności, przy którym zaobserwowana wartość statystyki testowej prowadzi do odrzucenia hipotezy zerowej, nazywamy **p-wartością przeprowadzanego testu.**



p -wartość

Uwaga

- ▶ Im mniejsza p -wartość przeprowadzanego testu, tym **mocniejsze przekonanie testującego o fałszywości H_0 i prawdziwości H_1 .**



p -wartość

Uwaga

- ▶ Im mniejsza p -wartość przeprowadzanego testu, tym **mocniejsze przekonanie testującego o fałszywości H_0 i prawdziwości H_1 .**
(p -wartość rzędu 40% nie skłoni nas do odrzucenia H_0 , ale p -wartość rzędu 0,5% już tak)



❖ p-wartość

Uwaga

- ▶ Im mniejsza *p*-wartość przeprowadzanego testu, tym **mocniejsze przekonanie testującego o fałszywości H_0 i prawdziwości H_1 .**
(*p*-wartość rzędu 40% nie skłoni nas do odrzucenia H_0 , ale *p*-wartość rzędu 0,5% już tak)
- ▶ **Częstym błędem interpretacyjnym jest mylenie *p*-wartości z poziomem istotności α przeprowadzanego testu.**



❖ p-wartość

Uwaga

- ▶ Im mniejsza *p*-wartość przeprowadzanego testu, tym **mocniejsze przekonanie testującego o fałszywości H_0 i prawdziwości H_1 .**
(*p*-wartość rzędu 40% nie skłoni nas do odrzucenia H_0 , ale *p*-wartość rzędu 0,5% już tak)
- ▶ **Częstym błędem interpretacyjnym jest mylenie *p*-wartości z poziomem istotności α przeprowadzanego testu.**
(α – ustalona a priori,
p-wartość – obliczana na podstawie danych z próby, po przeprowadzeniu testu)



✦ Jak postępować w przypadku $n < 30$?

- ▶ Jeśli wartość n , opisująca wielkość próbki, jest mała (< 30), to rozkładów zmiennych losowych t i Z nie możemy przybliżyć odpowiednimi rozkładami normalnymi.



❖ Jak postępować w przypadku $n < 30$?

- ▶ Jeśli wartość n , opisująca wielkość próbki, jest mała (< 30), to rozkładów zmiennych losowych t i Z nie możemy przybliżać odpowiednimi rozkładami normalnymi.
- ▶ Nie możemy więc również stosować wartości krytycznych opartych na krzywych prawdopodobieństwa normalnego.



✦ Jak postępować w przypadku $n < 30$?

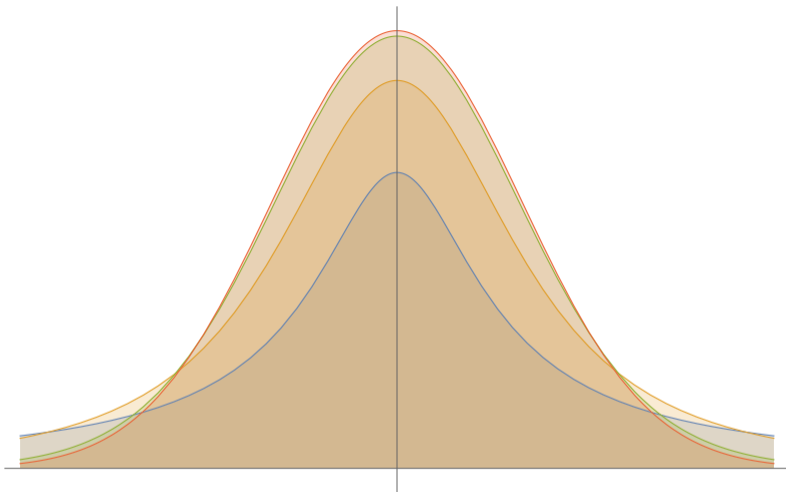
- ▶ Jeśli wartość n , opisująca wielkość próbki, jest mała (< 30), to rozkładów zmiennych losowych t i Z nie możemy przybliżać odpowiednimi rozkładami normalnymi.
- ▶ Nie możemy więc również stosować wartości krytycznych opartych na krzywych prawdopodobieństwa normalnego.
- ▶ Zamiast tego **używamy wartości krytycznych opartych na dokładnym rozkładzie próbkowania statystyki Z**



❖ Jak postępować w przypadku $n < 30$?

- ▶ Jeśli wartość n , opisująca wielkość próbki, jest mała (< 30), to rozkładów zmiennych losowych t i Z nie możemy przybliżać odpowiednimi rozkładami normalnymi.
- ▶ Nie możemy więc również stosować wartości krytycznych opartych na krzywych prawdopodobieństwa normalnego.
- ▶ Zamiast tego **używamy wartości krytycznych opartych na dokładnym rozkładzie próbkowania statystyki Z** (np. rozkładzie t lub rozkładzie χ^2 chi-kwadrat).





Wykresy gęstości rozkładów: normalnego standardowego $\mathcal{N}(0, 1)$ (czerwony),
 t Studenta z 20 stopniami swobody T_{20} (zielony), z 2 stopniami swobody T_2 (pomarańczowy),
z 1 stopniem swobody T_1 (niebieski).



Test t



✦ Test t – założenia

W teście t -Studenta przyjmuje się następujące założenia:



❖ Test t – założenia

W teście t -Studenta przyjmuje się następujące założenia:

- ▶ **Rozkład populacji**, z której pobierana jest próba, jest **normalny**.



❖ Test t – założenia

W teście t -Studenta przyjmuje się następujące założenia:

- ▶ **Rozkład populacji**, z której pobierana jest próba, jest **normalny**.
- ▶ **Obserwacje** w poszczególnych próbach są **niezależne**.



❖ Test t – założenia

W teście t -Studenta przyjmuje się następujące założenia:

- ▶ **Rozkład populacji**, z której pobierana jest próba, jest **normalny**.
- ▶ **Obserwacje** w poszczególnych próbach są **niezależne**.
- ▶ **Odchylenie standardowe σ^2 badanej populacji NIE jest znane**.



❖ Test t – przykład

Przykład

Średnia tygodniowa sprzedaż mydeł w domach towarowych wynosiła 146,3 sztuki na sklep. Po kampanii reklamowej wzrosła do 153,41 sztuk i wykazała odchylenie standardowe równe 14,84 (na podstawie danych pobranych z 22 sklepów). Czy kampania reklamowa była skuteczna?



Test t – przykład

Przykład

Średnia tygodniowa sprzedaż mydeł w domach towarowych wynosiła 146,3 sztuki na sklep. Po kampanii reklamowej wzrosła do 153,41 sztuk i wykazała odchylenie standardowe równe 14,84 (na podstawie danych pobranych z 22 sklepów). Czy kampania reklamowa była skuteczna?

► $n = 22$, $\bar{x} = 153,41$, $s = 14,84$.



❖ Test t – przykład

Przykład

Średnia tygodniowa sprzedaż mydeł w domach towarowych wynosiła 146,3 sztuki na sklep. Po kampanii reklamowej wzrosła do 153,41 sztuk i wykazała odchylenie standardowe równe 14,84 (na podstawie danych pobranych z 22 sklepów). Czy kampania reklamowa była skuteczna?

- ▶ $n = 22$, $\bar{x} = 153,41$, $s = 14,84$.
- ▶ $H_0 : m \leq 146,3$ (kampania reklamowa nie była skuteczna).



❖ Test t – przykład

Przykład

Średnia tygodniowa sprzedaż mydeł w domach towarowych wynosiła 146,3 sztuki na sklep. Po kampanii reklamowej wzrosła do 153,41 sztuk i wykazała odchylenie standardowe równe 14,84 (na podstawie danych pobranych z 22 sklepów). Czy kampania reklamowa była skuteczna?

- ▶ $n = 22$, $\bar{x} = 153,41$, $s = 14,84$.
- ▶ $H_0 : m \leq 146,3$ (kampania reklamowa nie była skuteczna).
- ▶ $H_1 : m > 146,3$ (kampania reklamowa była skuteczna).



❖ Test t – przykład

Przykład

Średnia tygodniowa sprzedaż mydeł w domach towarowych wynosiła 146,3 sztuki na sklep. Po kampanii reklamowej wzrosła do 153,41 sztuk i wykazała odchylenie standardowe równe 14,84 (na podstawie danych pobranych z 22 sklepów). Czy kampania reklamowa była skuteczna?

- ▶ $n = 22$, $\bar{x} = 153,41$, $s = 14,84$.
- ▶ $H_0 : m \leq 146,3$ (kampania reklamowa nie była skuteczna).
- ▶ $H_1 : m > 146,3$ (kampania reklamowa była skuteczna).
- ▶ Wykonamy test jednostronny prawostronny.



❖ Test t – przykład

- ▶ $n = 22$, $\bar{x} = 153,41$, $s = 14,84$, $H_0 : m \leq 146,3$.
- ▶ Statystykę testową t wyliczamy ze wzoru

$$t = \frac{\bar{x} - m}{s/\sqrt{n}}$$



❖ Test t – przykład

- ▶ $n = 22$, $\bar{x} = 153,41$, $s = 14,84$, $H_0 : m \leq 146,3$.
- ▶ Statystykę testową t wyliczamy ze wzoru

$$t = \frac{\bar{x} - m}{s/\sqrt{n}} = \frac{153,41 - 146,3}{14,84/\sqrt{22}} = 2,2.$$



❖ Test t – przykład

- ▶ $n = 22$, $\bar{x} = 153,41$, $s = 14,84$, $H_0 : m \leq 146,3$.
- ▶ Statystykę testową t wyliczamy ze wzoru

$$t = \frac{\bar{x} - m}{s/\sqrt{n}} = \frac{153,41 - 146,3}{14,84/\sqrt{22}} = 2,2.$$

- ▶ Tablicowa wartość krytyczna dla 21 stopni swobody na poziomie istotności 5% dla testu jednostronnego wynosi 1,72.



❖ Test t – przykład

- ▶ $n = 22$, $\bar{x} = 153,41$, $s = 14,84$, $H_0 : m \leq 146,3$.
- ▶ Statystykę testową t wyliczamy ze wzoru

$$t = \frac{\bar{x} - m}{s/\sqrt{n}} = \frac{153,41 - 146,3}{14,84/\sqrt{22}} = 2,2.$$

- ▶ Tablicowa wartość krytyczna dla 21 stopni swobody na poziomie istotności 5% dla testu jednostronnego wynosi 1,72.
- ▶ Ponieważ $t = 2,2 > 1,72$, odrzucamy H_0 i **stwierdzamy, że kampania reklamowa była skuteczna.**



Test t – tablice

$k \setminus \alpha$	0,1	0,05	0,025	0,02	0,01	...
1	3,078	6,314	12,708	15,895	31,821	...
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
21	1,323	1,721	2,080	2,189	2,518	...
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

Wartość t dla k stopni swobody na poziomie istotności α dla testu jednostronnego.



❖ Test t w *Pythonie*



Źródło: <https://unsplash.com/> (Kevin Ku)



Test t w Pythonie

- ▶ Dane z 22 sklepów:

117	133	138	147	148	149	149	150	150	150	151
152	152	154	155	159	160	161	162	168	179	191

- ▶ $n = 22$, $\bar{x} = 153,41$, $s = 14,84$
- ▶ $H_0 : m \leq 146,3$
- ▶ $H_1 : m > 146,3$



❖ Test t w Pythonie

```
1 import numpy as np
2 from scipy import stats
3 m = np.array([117, 133, 138, 147, 148, 149, 149, 150, 150, 150, 151,
4 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
5 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
6 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
7 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
8 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
9 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
10 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
11 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
12 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
13 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
14 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
15 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
16 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
17 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
18 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
19 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
20 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
21 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
22 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
23 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
24 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
25 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
26 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
27 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
28 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
29 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
30 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
31 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
32 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
33 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
34 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
35 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
36 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
37 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
38 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
39 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
40 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
41 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
42 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
43 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
44 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
45 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
46 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
47 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
48 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
49 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
50 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
51 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
52 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
53 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
54 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
55 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
56 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
57 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
58 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
59 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
60 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
61 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
62 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
63 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
64 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
65 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
66 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
67 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
68 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
69 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
70 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
71 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
72 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
73 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
74 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
75 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
76 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
77 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
78 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
79 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
80 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
81 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
82 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
83 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
84 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
85 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
86 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
87 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
88 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
89 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
90 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
91 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
92 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
93 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
94 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
95 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
96 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
97 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
98 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
99 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
100 |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
```

TtestResult(statistic=2.2472850575910144, pvalue=0.017748301426514037, df=21)

