

## Test Wilcoxon dla par obserwacji (*metoda rangowa*)



## ✦ Test Wilcoxon dla par obserwacji

### Test Wilcoxon dla par obserwacji

- ▶ Najpopularniejsza nieparametryczna **alternatywa dla sparowanego testu  $t$** .



## ❖ Test Wilcoxona dla par obserwacji

### Test Wilcoxona dla par obserwacji

- ▶ Najpopularniejsza nieparametryczna **alternatywa dla sparowanego testu  $t$** .
- ▶ Wykorzystywany w sytuacjach, **gdy NIE są spełnione założenia sparowanego testu  $t$**  (o normalności rozkładów badanych populacji).



## ❖ Test Wilcoxon dla par obserwacji

### Test Wilcoxon dla par obserwacji

- ▶ Najpopularniejsza nieparametryczna **alternatywa dla sparowanego testu  $t$** .
- ▶ Wykorzystywany w sytuacjach, **gdzie NIE są spełnione założenia sparowanego testu  $t$**  (o normalności rozkładów badanych populacji).

Uwaga: W przypadku rozkładów normalnych efektywniejsze jest korzystanie z bardziej czułego sparowanego testu  $t$ .



## ❖ Test Wilcoxona dla par obserwacji

### Test Wilcoxona dla par obserwacji

- ▶ Najpopularniejsza nieparametryczna **alternatywa dla sparowanego testu  $t$** .
- ▶ Wykorzystywany w sytuacjach, **gdy NIE są spełnione założenia sparowanego testu  $t$**  (o normalności rozkładów badanych populacji).

Uwaga: W przypadku rozkładów normalnych efektywniejsze jest korzystanie z bardziej czułego sparowanego testu  $t$ .

- ▶ Używamy **do porównywania danych zebranych przed i po eksperymencie/oddziaływaniu na populację w celu zbadania, czy nastąpiła istotna statystycznie zmiana.**



## Podstawowe założenia testów nieparametrycznych (rangowych)

- ▶ Zauważmy, że w przypadku dwóch rozkładów normalnych  $\mathcal{N}(m_1, \sigma^2)$  i  $\mathcal{N}(m_2, \sigma^2)$  o tej samej wariancji, testując

$$H_0 : m_1 = m_2,$$

sprawdzamy w istocie, czy oba rozkłady są sobie równe.



## ❖ Podstawowe założenia testów nieparametrycznych (rangowych)

- ▶ Zauważmy, że w przypadku dwóch rozkładów normalnych  $\mathcal{N}(m_1, \sigma^2)$  i  $\mathcal{N}(m_2, \sigma^2)$  o tej samej wariancji, testując

$$H_0 : m_1 = m_2,$$

sprawdzamy w istocie, czy oba rozkłady są sobie równe.

- ▶ W sytuacji nieparametrycznej właśnie ta **równość rozkładów** (a dokładniej, ich **dystrybuant**  $F$  i  $G$ ) jest rozpatrywana jako hipoteza zerowa

$$H_0 : F = G.$$

Hipotezę alternatywną możemy sformułować następująco:

$$H_1 : G \neq F \quad (\text{lub } H_1 : G < F \quad \text{lub } H_1 : G > F).$$



## Podstawowe założenia testów nieparametrycznych (rangowych)

### Uwaga

Jeśli

- ▶  $X$  opisuje badaną cechę statystyczną przed określonym oddziaływaniem na jednostki w próbie,
- ▶ a  $Y$  – tę samą cechę, lecz po oddziaływaniu,

to **hipoteza alternatywna**  $H_1 : G \neq F$  mówi, że **rozkład badanej cechy statystycznej po tymże oddziaływaniu zmienia się istotnie** (różnica pomiędzy rozkładami  $F$  i  $G$  badanych zmiennych losowych  $X$  i  $Y$  jest istotna).





## ❖ Test Wilcoxon dla par obserwacji – przykład

### Przykład

10 pacjentom, u których zdiagnozowano pewną chorobę, podano nowy lek. Jego skuteczność oceniono na podstawie:

- ▶ liczby ataków charakterystycznych dla tej choroby w miesiącu poprzedzającym wdrożenie terapii nowym lekiem (1. wizyta lekarska),
- ▶ liczby ataków w miesiącu poprzedzającym kolejną wizytę kontrolną pacjenta (2. wizyta).

## ❖ Test Wilcoxon dla par obserwacji – przykład

### Przykład

10 pacjentom, u których zdiagnozowano pewną chorobę, podano nowy lek. Jego skuteczność oceniono na podstawie:

- ▶ liczby ataków charakterystycznych dla tej choroby w miesiącu poprzedzającym wdrożenie terapii nowym lekiem (1. wizyta lekarska),
- ▶ liczby ataków w miesiącu poprzedzającym kolejną wizytę kontrolną pacjenta (2. wizyta).

Wyniki uzyskane od wszystkich pacjentów były następujące:

1.wizyta	2	8	7	10	4	4	6	2	11	3
2.wizyta	3	5	6	4	5	6	2	2	9	1

## ❖ Test Wilcoxona dla par obserwacji – przykład

Żeby stwierdzić istotne różnice w rozkładach ilości napadów przed i po zastosowaniu leku, zastosujemy **test Wilcoxona dla par obserwacji** ( $H_0 : F = G$ ).

## ❖ Test Wilcoxona dla par obserwacji – przykład

Żeby stwierdzić istotne różnice w rozkładach ilości napadów przed i po zastosowaniu leku, zastosujemy **test Wilcoxona dla par obserwacji** ( $H_0 : F = G$ ).

1.wizyta	2	8	7	10	4	4	6	2	11	3
2.wizyta	3	5	6	4	5	6	2	2	9	1
Różnica	-1	3	1	6	-1	-2	4	0	2	2
Moduł	1	3	1	6	1	2	4	0	2	2
Ranga	2	7	2	9	2	5	8		5	5

## ❖ Test Wilcoxona dla par obserwacji – przykład

Żeby stwierdzić istotne różnice w rozkładach ilości napadów przed i po zastosowaniu leku, zastosujemy **test Wilcoxona dla par obserwacji** ( $H_0 : F = G$ ).

1.wizyta	2	8	7	10	4	4	6	2	11	3
2.wizyta	3	5	6	4	5	6	2	2	9	1
Różnica	-1	3	1	6	-1	-2	4	0	2	2
Moduł	1	3	1	6	1	2	4	0	2	2
Ranga	2	7	2	9	2	5	8		5	5

Uwaga:

Wynikom powtarzającym się przypisujemy rangę średnią, np. wartość 1 występuje 3 razy i otrzymałaby kolejno rangi 1, 2 i 3, zatem średnio kładziemy  $\frac{1+2+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$ .

## ✦ Test Wilcoxon dla par obserwacji – przykład

Różnica	-1	3	1	6	-1	-2	4	0	2	2
Ranga	2	7	2	9	2	5	8		5	5

Sumy rang dla różnic ujemnych oraz dodatnich wynoszą odpowiednio:

$$t_- = 9 \quad \text{i} \quad t_+ = 36.$$

## ❖ Test Wilcoxon dla par obserwacji – przykład

Różnica	-1	3	1	6	-1	-2	4	0	2	2
Ranga	2	7	2	9	2	5	8		5	5

Sumy rang dla różnic ujemnych oraz dodatnich wynoszą odpowiednio:

$$t_- = 9 \quad \text{i} \quad t_+ = 36.$$

Mniejsza z otrzymanych sum to wartość statystyki testowej  $t$  testu Wilcoxon (dwustronnego), a zatem

$$t = 9.$$

## ❖ Test Wilcoxona dla par obserwacji – przykład

### Wynik testu:

Odczytując z tablic granice obszaru krytycznego dla  $\alpha = 0,05$  i dla hipotezy alternatywnej dwustronnej, oraz porównując je z wyliczoną wartością statystyki testowej, przyjmujemy hipotezę zerową  $H_0 : F = G$ .





## ❖ Test Wilcoxon dla par obserwacji – przykład

### Wynik testu:

Odczytując z tablic granice obszaru krytycznego dla  $\alpha = 0,05$  i dla hipotezy alternatywnej dwustronnej, oraz porównując je z wyliczoną wartością statystyki testowej, przyjmujemy hipotezę zerową  $H_0 : F = G$ .

### Podsumowanie:

**NIE możemy uznać, że częstotliwość ataków choroby po zastosowaniu leku zmieniła się istotnie.**



## ❖ Test Wilcoxona dla par obserwacji – przykład

### Wynik testu:

Odczytując z tablic granice obszaru krytycznego dla  $\alpha = 0,05$  i dla hipotezy alternatywnej dwustronnej, oraz porównując je z wyliczoną wartością statystyki testowej, przyjmujemy hipotezę zerową  $H_0 : F = G$ .

### Podsumowanie:

**NIE możemy uznać, że częstotliwość ataków choroby po zastosowaniu leku zmieniła się istotnie.**

### Uwaga:

Do nieodrżucenia hipotezy zerowej  $H_0 : F = G$  mogła przyczynić się niewielka liczność próby.



## ❖ Test Wilcoxon w *Pythonie*



Źródło: <https://unsplash.com/> (Boitumelo)



## ❖ Test Wilcoxon w *Pythonie* – przykład

```
1 import numpy as np
2 from scipy import stats
3
4 u = np.array([2, 8, 7, 10, 4, 4, 6, 2, 11, 3])
5 w = np.array([3, 5, 6, 4, 5, 6, 2, 2, 9, 1])
6
7 print(stats.wilcoxon(u, w))
```

WilcoxonResult(statistic=9.0, pvalue=0.10724840479246954)

