



Źródło: <https://www.pexels.com/> (Nick Rtr, Margaret French)





Źródło: <https://www.pexels.com/> (Nick Rtr, Margaret French)



Zmienna losowa



❖ Zmienna losowa

Zmienna losowa

To funkcja X : $\Omega \rightarrow \mathbb{R}$, która dla każdego zdarzenia losowego przypisuje wartość rzeczywistą.

Źródło: <https://www.pexels.com/> (Pixabay)



❖ Zmienna losowa

Zmienna losowa

To funkcja $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, która każdemu możliwemu wynikowi do wiadczenia losowego przypisuje wartość rzeczywistą.



Reguły gry: $o = 5 \text{ zł}$, $r = -1 \text{ zł}$

Źródło: <https://www.pexels.com/> (Pixabay)



❖ Zmienna losowa

Zmienna losowa

To funkcja $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, która każdemu możliwemu wynikowi do wiadczenia losowego przypisuje wartość rzeczywistą.



- | Reguły gry: $o = 5 \text{ zł}$, $r = -1 \text{ zł}$
- | Przestrzeń probabilistyczna: $\Omega = \{o, r\}$,
 $F = \{ \emptyset, \{o\}, \{r\}, \Omega \}$, $P(\{o\}) = P(\{r\}) = \frac{1}{2}$

Źródło: <https://www.pexels.com/> (Pixabay)



❖ Zmienna losowa

Zmienna losowa

To funkcja $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, która każdemu możliwemu wynikowi do wiadczenia losowego przypisuje wartość rzeczywistą.



- | Reguły gry: $\omega = 0$ 5 zł, $\omega = r$ -1 zł
- | Przestrzeń probabilistyczna: $\Omega = \{\omega, r\}$,
 $F = \{ \emptyset, \{\omega\}, \{r\}, \Omega \}$, $P(\{\omega\}) = P(\{r\}) = \frac{1}{2}$
- | Zmienna losowa $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$:

$$X(\{\omega\}) = 5, \quad X(\{r\}) = -1$$

Źródło: <https://www.pexels.com/> (Pixabay)



Zmienna losowa

I Rozkład zmiennej losowej



❖ Zmienna losowa



- | Rozkład zmiennej losowej
(okrelenie, z jakim prawdopodobieństwem przyjmuje ona każdą ze swoich wartości):



❖ Zmienna losowa



I Rozkład zmiennej losowej

(okrelenie, z jakim prawdopodobieństwem przyjmuje ona każdą ze swoich wartości):

$$P(X = 5) = P(\{\omega : X(\omega) = 5\}) = P(\{o\}) = \frac{1}{2},$$

$$P(X = -1) = P(\{\omega : X(\omega) = -1\}) = P(\{r\}) = \frac{1}{2}$$



❖ Zmienna losowa



I Rozkład zmiennej losowej

(okrelenie, z jakim prawdopodobieństwem przyjmuje ona każdą ze swoich wartości):

$$P(X = 5) = P(\{\omega : X(\omega) = 5\}) = P(\{o\}) = \frac{1}{2},$$

$$P(X = -1) = P(\{\omega : X(\omega) = -1\}) = P(\{r\}) = \frac{1}{2}$$

I Wartość oczekiwana zmiennej losowej

(tutaj, średnia wypłata w grze):



❖ Zmienna losowa



I Rozkład zmiennej losowej

(okrelenie, z jakim prawdopodobieństwem przyjmuje ona każdą ze swoich wartości):

$$P(X = 5) = P(\{\omega : X(\omega) = 5\}) = P(\{o\}) = \frac{1}{2},$$

$$P(X = -1) = P(\{\omega : X(\omega) = -1\}) = P(\{r\}) = \frac{1}{2}$$

I Wartość oczekiwana zmiennej losowej

(tutaj, rednia wypłata w grze):

$$E(X) = \frac{1}{2} \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot (-1) = 2$$



❖ Zmienna losowa

Definicja

Ustalmy przestrzeń probabilistyczną (Ω, \mathcal{F}, P) .

Funkcja $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ określona na przestrzeni zdarzeń elementarnych, o wartościach w zbiorze liczb rzeczywistych, która jest **mierzalna względem \mathcal{F}** ,



❖ Zmienna losowa

Definicja

Ustalmy przestrzeń probabilistyczną (Ω, \mathcal{F}, P) .

Funkcja $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ określona na przestrzeni zdarzeń elementarnych, o wartościach w zbiorze liczb rzeczywistych, która jest **mierzalna względem \mathcal{F}** , tzn.

$$\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in B\} \in \mathcal{F} \text{ dla } B \in \mathcal{B}(\mathbb{R}),$$

nazywamy **zmienną losową**.



Zmienna losowa

Definicja

Ustalmy przestrzeń probabilistyczną (Ω, \mathcal{F}, P) .

Funkcję $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ określoną na przestrzeni zdarzeń elementarnych, o wartościach w zbiorze liczb rzeczywistych, która jest **mierzalna względem \mathcal{F}** , tzn.

$$\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in B\} \in \mathcal{F} \text{ dla } B \in \mathcal{B}(\mathbb{R}),$$

nazywamy **zmienną losową**.

Uwaga

Jeśli $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$ jest zbiorem przeliczalnym, to zmienną losową jest dowolna funkcja $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, która każdemu zdarzeniu elementarnemu ω_i przyporządkowuje pewną liczbę rzeczywistą: $X(\omega_i) \in \mathbb{R}$ (dla $i \in \mathbb{N}$).

❖ Zmienne losowe dyskretne a zmienne losowe ciągłe

Źródło: <https://unsplash.com/> (Alexander Grey, Matteo Fusco)



❖ Zmienne losowe dyskretne a zmienne losowe ciągłe



Źródło: <https://unsplash.com/> (Alexander Grey, Matteo Fusco)

