



Źródło: <https://www.pexels.com/> (Nick Rtr, Margaret French)





Źródło: <https://www.pexels.com/> (Nick Rtr, Margaret French)



Zmienna losowa



❖ Zmienna losowa

Zmienna losowa

To funkcja $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, która każdemu możliwemu wynikowi doświadczenia losowego przypisuje wartość rzeczywistą.



Źródło: <https://www.pexels.com/> (Pixabay)

Zmienna losowa

Zmienna losowa

To funkcja $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, która każdemu możliwemu wynikowi doświadczenia losowego przypisuje wartość rzeczywistą.



▶ Reguły gry: $o \mapsto 5 \text{ zł}$, $r \mapsto -1 \text{ zł}$

Źródło: <https://www.pexels.com/> (Pixabay)



❖ Zmienna losowa

Zmienna losowa

To funkcja $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, która każdemu możliwemu wynikowi doświadczenia losowego przypisuje wartość rzeczywistą.



- ▶ Reguły gry: $o \mapsto 5 \text{ zł}, \quad r \mapsto -1 \text{ zł}$
- ▶ Przestrzeń probabilistyczna: $\Omega = \{o, r\},$
 $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{o\}, \{r\}, \Omega\}, \quad \mathbb{P}(\{o\}) = \mathbb{P}(\{r\}) = \frac{1}{2}$

Źródło: <https://www.pexels.com/> (Pixabay)



❖ Zmienna losowa

Zmienna losowa

To funkcja $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, która każdemu możliwemu wynikowi doświadczenia losowego przypisuje wartość rzeczywistą.



- ▶ Reguły gry: $o \mapsto 5 \text{ zł}, \quad r \mapsto -1 \text{ zł}$
- ▶ Przestrzeń probabilistyczna: $\Omega = \{o, r\}$,
 $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{o\}, \{r\}, \Omega\}, \quad \mathbb{P}(\{o\}) = \mathbb{P}(\{r\}) = \frac{1}{2}$
- ▶ Zmienna losowa $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$:

$$X(\{o\}) = 5, \quad X(\{r\}) = -1$$

Źródło: <https://www.pexels.com/> (Pixabay)



❖ Zmienna losowa

- ▶ Rozkład zmiennej losowej



❖ Zmienna losowa



- ▶ Rozkład zmiennej losowej
(określenie, z jakim prawdopodobieństwem przyjmuje ona każdą ze swoich wartości):



Zmienna losowa



- Rozkład zmiennej losowej
(określenie, z jakim prawdopodobieństwem przyjmuje ona każdą ze swoich wartości):

$$\mathbb{P}(X = 5) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = 5\}) = \mathbb{P}(\{o\}) = \frac{1}{2},$$

$$\mathbb{P}(X = -1) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = -1\}) = \mathbb{P}(\{r\}) = \frac{1}{2}$$



❖ Zmienna losowa



- ▶ **Rozkład zmiennej losowej**
(określenie, z jakim prawdopodobieństwem przyjmuje ona każdą ze swoich wartości):

$$\mathbb{P}(X = 5) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = 5\}) = \mathbb{P}(\{o\}) = \frac{1}{2},$$

$$\mathbb{P}(X = -1) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = -1\}) = \mathbb{P}(\{r\}) = \frac{1}{2}$$

- ▶ **Wartość oczekiwana zmiennej losowej**
(tutaj, średnia wypłata w grze):



❖ Zmienna losowa



► Rozkład zmiennej losowej

(określenie, z jakim prawdopodobieństwem przyjmuje ona każdą ze swoich wartości):

$$\mathbb{P}(X = 5) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = 5\}) = \mathbb{P}(\{o\}) = \frac{1}{2},$$

$$\mathbb{P}(X = -1) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) = -1\}) = \mathbb{P}(\{r\}) = \frac{1}{2}$$

► Wartość oczekiwana zmiennej losowej

(tutaj, średnia wypłata w grze):

$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{2} * 5 + \frac{1}{2} * (-1) = 2$$



❖ Zmienna losowa

Definicja

Ustalmy przestrzeń probabilistyczną $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

Funkcję $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ określoną na przestrzeni zdarzeń elementarnych, o wartościach w zbiorze liczb rzeczywistych, która jest **mierzalna względem \mathcal{F}** ,



❖ Zmienna losowa

Definicja

Ustalmy przestrzeń probabilistyczną $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

Funkcję $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ określoną na przestrzeni zdarzeń elementarnych, o wartościach w zbiorze liczb rzeczywistych, która jest **mierzalna względem \mathcal{F}** , tzn.

$$\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in B\} \in \mathcal{F} \quad \text{dla} \quad B \subset \mathbb{R},$$

nazywamy **zmienną losową**.



❖ Zmienna losowa

Definicja

Ustalmy przestrzeń probabilistyczną $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

Funkcję $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ określoną na przestrzeni zdarzeń elementarnych, o wartościach w zbiorze liczb rzeczywistych, która jest **mierzalna względem \mathcal{F}** , tzn.

$$\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in B\} \in \mathcal{F} \quad \text{dla} \quad B \subset \mathbb{R},$$

nazywamy **zmienną losową**.

Uwaga

Jeśli $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$ jest zbiorem przeliczalnym, to zmienną losową jest dowolna funkcja $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, która każdemu zdarzeniu elementarnemu $\omega_i \in \Omega$ przyporządkowuje pewną liczbę rzeczywistą: $X(\omega_i) \in \mathbb{R}$ (dla $i \in \mathbb{N}$).

❖ Zmienne losowe dyskretne a zmienne losowe ciągłe



Źródło: <https://unsplash.com/> (Alexander Grey, Matteo Fusco)



❖ Zmienne losowe dyskretne a zmienne losowe ciągłe



Źródło: <https://unsplash.com/> (Alexander Grey, Matteo Fusco)

